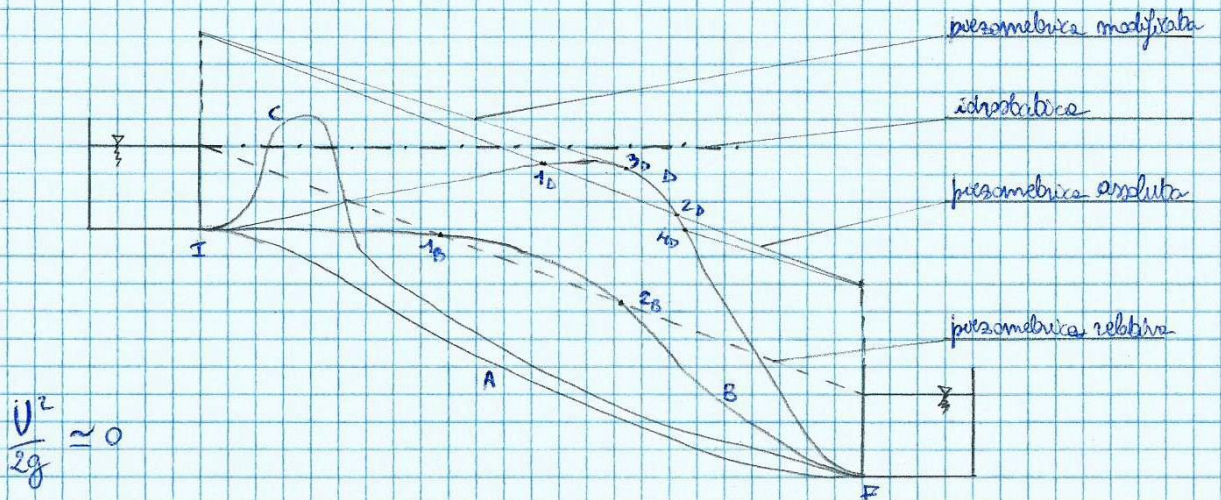


Tipi di trasporto "condotte adduttive tra arborei"

Valutiamo le modalità di funzionamento di una condotta di diametro costante D che collega una sorgente o un serbatoio di portata:



Ecco il funzionamento delle diverse configurazioni:

- A la condotta è sempre al di sotto della linea piezometrica relativa \Rightarrow "normale" funzionamento: pressione relativa sempre positiva (si richiedono almeno 5 cm di colonna d'acqua in ogni punto);
- B la condotta supera per un tratto la piezometrica relativa \Rightarrow la piez. è pari a quella atmosferica nelle intersezioni 1_B e 2_B mentre è inferiore a quella atmosferica nel tratto superiore alla piezometrica relativa. Può accadere che acqua o aria esterna penetrino nella condotta in caso di fuoriuscioni (inquinamento dell'acqua interna). Riducendo il diametro D si riducono le perdite di carico e si riduce quindi la pendenza della piezometrica, che torna a includere sotto stesso dislivello la tubazione. Serve tuttavia un secondo diametro (contro l'ipotesi iniziale di unico D), più piccolo, per aumentare le perdite e poter arrivare al punto F che ha carico imposto dalla quota del pelo libero del serbatoio;
- C la condotta supera anche la linea idrostatica (cioè quella che sarebbe la linea dei carichi se l'acqua fosse ferma) \Rightarrow il moto non può avviarsi naturalmente, ma bisogna aspirare l'acqua (funzionamento a rifone con

addeventando) perché esso si instauri. Dopo si cambierebbe m_3 gradualmente;

D la condotta è superiore alla piezometrica assoluta \Rightarrow nelle intersezioni la pressione (assoluta) è nulla, ma nella parte superiore non può diventare negativa. Pertanto la piezometrica assoluta vede ridursi la sua pendenza (per diminuzione della velocità) finché la linea di intersezione tangente alla condotta. Unico è il punto in cui la pressione assoluta è nulla. Ora però, nel tratto successivo al punto di tangenza, la velocità non può aumentare per far aumentare la pendenza e raggiungere il crusc del punto F: aumenterebbe la portata che è costante ($Q = V \cdot \Omega$)! Partiamo da nelle: la piezometrica assoluta si è modificata anche qui andando a intersecare la tubazione nel punto 30. Ora il punto di tangenza 30 e il punto 40 si deve seguire la tubazione. Tuttavia la linea dei carichi si sovrappone al percorso dell'acqua solo se il moto è a pelo libero. Si instaura quindi un moto a canaletta (parziale occupazione della sezione) che consente di dissipare il carico in eccesso.

Nelle realtà progettuali si usano due diversi diametri per ricondursi al caso A. Nota la portata da addurre, essendo il moto in pressione, si determina il diametro della condotta tra i punti E e F:

$$Q = k_s \sqrt{J} \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^{2/3} \cdot \frac{D^2 \pi}{4} \Rightarrow D_{\text{ teor }} = \left(\frac{4^{5/3} \cdot Q}{k_s \cdot \sqrt{J_{\text{ teor }}} \cdot \pi} \right)^{3/8}$$

È un diametro teorico a cui corrisponde la caduta piezometrica teorica (che compare nella formula di $D_{\text{ teor }}$):

$$J_{\text{ teor }} = \frac{\Delta h_{EF}}{L_{EF}}$$

Nelle realtà dobbiamo usare i diametri commerciali ($D = 150 \text{ mm}, 200 \text{ mm}, 300 \text{ mm}, \dots, 800 \text{ mm}, 1000 \text{ mm}, 1200 \text{ mm}, \dots$). Così, dovremo i due diametri tra cui è compreso $D_{\text{ teor }}$:

$$\begin{cases} D' < D_{\text{ teor }} \\ D'' > D_{\text{ teor }} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J' = f'(D') \cdot Q^2 = \left[\frac{1}{k_s \cdot 4 \cdot \pi \cdot (D'/4)^{2/3}} \right]^2 \cdot Q^2 \\ J'' = f''(D'') \cdot Q^2 = \left[\frac{1}{k_s \cdot \pi \cdot (D''/4)^{2/3}} \right]^2 \cdot Q^2 \end{cases}$$

Con f' e f'' fattori di resistenza. Se volutano una
 le lunghezze dei tratti in cui usare rispettivamente D'
 e D'' .

$$\begin{cases} L = L' + L'' \\ \Delta h = f' L' + f'' L'' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L'' = L - L' \\ L' = \frac{\Delta h - f'' L}{f' - f''} = \frac{\Delta h - f'' Q^2 L}{(f' - f'') Q^2} = \frac{\Delta h / Q^2 - f'' L}{f' - f''} \end{cases}$$

Si deve verificare che la pressione sia compresa tra
 determinati valori in ogni punto della condotta. Una
 condizionale può essere che non vada pressione inferiore
 a quella atmosferica, o che esistano almeno 5 cm
 di colonna d'acqua, o che ne sia stato al massimo
 stabilito. In ogni caso si deve calcolare P/f dal
 l'equazione del carico presomuto $h = z + P/f$ (oppure si
 verifica in termini di pressione assoluta).

Le condotte invecchiano e il dimensionamento va
 eseguito con il coefficiente di scabrezza di esercizio,
 inferiore a quello d'installazione. Il sistema dovrà
 tuttavia funzionare sempre correttamente. Si introduce
 allora una valore di regolazione che causi una perdita
 di carico concentrato tale da garantire il corretto
 funzionamento in condizioni d'installazione (ma con il
 dimensionamento basato su quelle di esercizio).

La perdita di carico concentrato è data da:

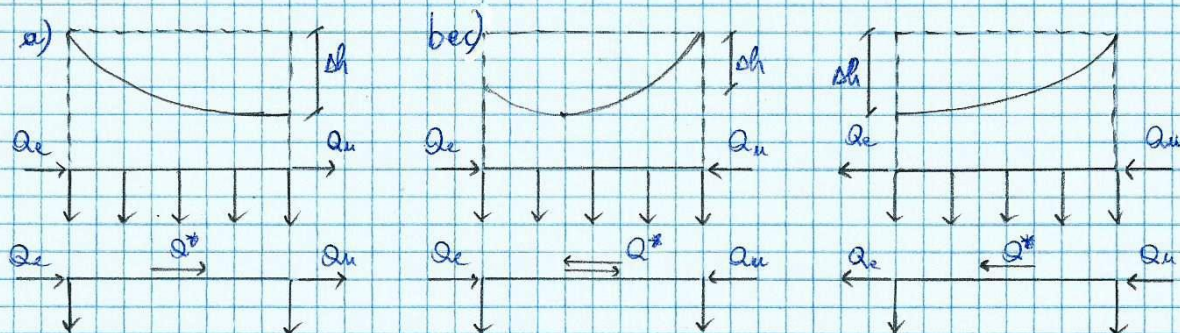
$$\begin{aligned} \Delta h_{reg} &= \Delta h_{IFes} - \Delta h_{IFinst} = (f'_{es} L' + f''_{es} L'') - (f'_{inst} L' + f''_{inst} L'') = \\ &= L' (f'_{es} - f'_{inst}) + L'' (f''_{es} - f''_{inst}) \end{aligned}$$

Inizialmente la valvola di regolazione causa una perdita
 di carico concentrato pari a Δh_{reg} . Nel tempo, con l'invecchia-
 mento del sistema, la valvola viene rilesata per la di-
 minuzione di Δh_{reg} . Alla fine sarà completamente aperta.
 Va inserita in un punto in cui il carico di pressione
 (calcolato nelle condizioni d'installazione) sia sufficiente-
 mente elevato da non entrare in contrasto con i limi-
 ti di pressione una volta applicata la perdita di carico.

gale all'estremità delle condotte. Si suppone che in essa scorra una portata fittizia Q^* :

$$\begin{cases} Q^* = Q_e - P/2 \\ Q_u = Q^* - P/2 \end{cases}$$

Si possono avere vari casi:



In particolare:

- $Q_e > P \Rightarrow Q^* > P/2, Q_u > 0;$
- $0 < Q_e < P, \frac{P}{2} < Q_e < P \Rightarrow Q^* > 0, \text{ ma } Q_u < 0$ affinché
che si $0 < Q^* < P/2;$
- $0 < Q_e < P, 0 < Q_e < P/2 \Rightarrow Q^* < 0, \text{ ma } Q_u < 0$ affinché
sia $-P/2 < Q^* < 0;$
- $Q_e < 0 \Rightarrow Q^* < 0 \text{ e } Q_u < 0.$

Quando assumendo, per i casi a e d:

$$0 \leq \frac{P}{|Q^*|} \leq 2$$

Per i casi b e c:

$$\frac{P}{|Q^*|} \geq 2$$

Si usano le portate fittizie Q^* con perdita di carico:

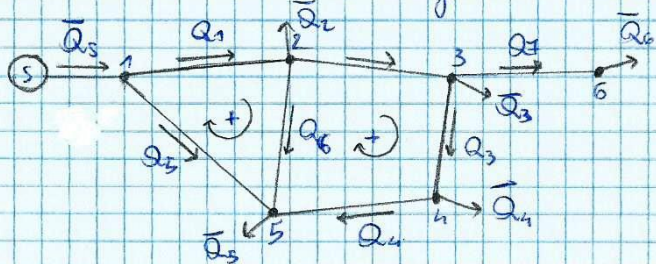
$$\Delta h = \alpha \cdot \beta \cdot Q^* |Q^*|$$

α fattore di resistenza

$$\beta = 1 + \frac{1}{12} \left(\frac{P}{|Q^*|} \right)^2 \text{ per } 0 \leq \frac{P}{|Q^*|} \leq 2 \text{ (a e d)}$$

$$\beta = \frac{2}{3} \frac{|Q^*|}{P} + \frac{1}{2} \frac{P}{|Q^*|} \text{ per } \frac{P}{|Q^*|} \geq 2 \text{ (b e c)}$$

Consideriamo ora il seguente sistema:



Si suppone un verso di percorrenza delle portate nelle condotte e si assume un verso positivo delle

maglie. Sono note le quote albrmebrille dei nodi, le portate \bar{Q}_i uscenti da ciascun nodo, la portata erogata dalla sorgente \bar{Q}_s e le lunghezze delle condotte. Le portate fluenti nei tronchi sono incognite (insieme ai relativi versi di percorrenza).

Per determinarle possiamo usare i metodi di Hardy-Cross: quello di bilanciamento dei cerchi o quello di bilanciamento delle portate.

Il bilanciamento dei cerchi presenta a sua volta due possibilità.

Nel primo caso, date le perdite di carico per ciascun tronco, $sh = \alpha |Q| \cdot Q$, con $\alpha = \frac{50,294 \cdot L}{k_s^2 \cdot D^{16/3}}$ fattore di resistenza senza ricorso Gauckler-Strickler, si scrivono N equazioni indipendenti relative a qualsiasi percorso chiuso:

$$\sum_j sh_j = \sum_j \alpha_j |Q_j| \cdot Q_j = 0$$

Nel secondo caso:

$$\alpha_1 |Q_1| \cdot Q_1 - \alpha_5 |Q_5| \cdot Q_5 + \alpha_6 |Q_6| \cdot Q_6 = 0$$

$$\alpha_2 |Q_2| \cdot Q_2 + \alpha_3 |Q_3| \cdot Q_3 + \alpha_4 |Q_4| \cdot Q_4 - \alpha_6 |Q_6| \cdot Q_6$$

Si scrivono poi le equazioni di continuità nei nodi:

$$1) -Q_1 - Q_5 = -\bar{Q}_5$$

$$3) Q_2 - Q_3 = \bar{Q}_3 + \bar{Q}_5$$

$$4) Q_3 - Q_4 = \bar{Q}_4$$

$$2) Q_1 - Q_2 - Q_6 = \bar{Q}_2$$

Ponendo le portate incognite per il primo tentativo si risolve iterativamente il sistema seguente (scritto qui in forma matriciale):

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 |Q_1| & 0 & 0 & 0 & \alpha_5 |Q_5| & \alpha_6 |Q_6| \\ 0 & \alpha_2 |Q_2| & \alpha_3 |Q_3| & \alpha_4 |Q_4| & 0 & -\alpha_6 |Q_6| \\ -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\bar{Q}_5 \\ \bar{Q}_2 \\ \bar{Q}_3 + \bar{Q}_4 \\ \bar{Q}_4 \end{bmatrix}$$

Questa forma quando lo scarto relativo tra i valori calcolati in due iterazioni è inferiore alla tolleranza ϵ :

$$\|Q^k - Q^{k-1}\| < \epsilon \|Q^k\|, \quad \|Q\| = \frac{\sqrt{Q_1^2 + Q_2^2 + \dots + Q_N^2}}{N}$$

$\|Q\|$ norma del vettore Q . Questo primo caso è completo e si può utilizzare quando si sono numerate tutte

gli. Si preferisce allora la seconda possibilità, che pre-¹²vede di usare la continuità nei nodi per determinare una qualsiasi distribuzione di portate (ipotizzabile arbitrariamente) che soddisfi le equazioni di continuità date. Ipotizzando poi velocità pari a 1 m/s si determinano i diametri da approssimare a quelli commerciali (a intervalli di 50 mm a partire da $D=50$ mm). Per ogni braccio si calcola quindi il fattore di resistenza α già visto prima e si determina la correzione delle portate ΔQ_R relativa a ciascuna maglia:

$$\Delta Q_R = - \frac{\sum_j \alpha_j |Q_j| \cdot Q_j}{2 \cdot \sum_j \alpha_j |Q_j|}$$

Nel nostro caso:

$$\Delta Q_I = - \frac{\alpha_1 |Q_1| \cdot Q_1 - \alpha_5 |Q_5| \cdot Q_5 + \alpha_6 |Q_6| \cdot Q_6}{2 (\alpha_1 |Q_1| + \alpha_5 |Q_5| + \alpha_6 |Q_6|)}$$

$$\Delta Q_{II} = - \frac{\alpha_2 |Q_2| \cdot Q_2 + \alpha_3 |Q_3| \cdot Q_3 + \alpha_4 |Q_4| \cdot Q_4 - \alpha_6 |Q_6| \cdot Q_6}{2 (\alpha_2 |Q_2| + \alpha_3 |Q_3| + \alpha_4 |Q_4| + \alpha_6 |Q_6|)}$$

Si procede iterativamente applicando le correzioni alle portate e ricalcolando ogni volta con le portate corrette. Ci si ferma quando la correzione diventa trascurabile:

$$|\Delta Q_R| < \epsilon \cdot \|Q_R\|$$

Con $\|Q_R\|$ norma delle portate della maglia R -es-_{ma}.

Una volta determinate le portate nei bracci si calcola il carico presomibilito in ogni nodo.

In alternativa al bilanciamento dei carichi è possibile usare il bilanciamento delle portate, che assume come incognite i carichi e permette di considerare anche i bracci isolati (non facenti parte di una maglia), cosa impossibile con l'altro metodo.

Dato un braccio compreso tra due nodi j e k , si esprime come la portata come prodotto tra una funzione di resistenza K (che considera geometria e viscosità) e la differenza di carico tra j e k , ovvero

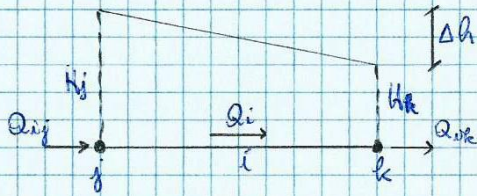
Le perdite di carico nel bronco considerato:

$$Q_i = K_i \Delta h_i = K_i (h_j - h_k)$$

Secondo Goussier - Strickler

$$K_i = 0,312 \frac{\rho_{s2} \cdot D_i^{8/3}}{\sqrt{148 \mu^2 L_i}}$$

L'equazione del nodo è:



$$\begin{bmatrix} Q_{ij} \\ Q_{ik} \end{bmatrix} = K_i \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_j \\ h_k \end{bmatrix}$$

Scriviamo le equazioni di continuità e dei nodi per i nodi del nostro sistema:

$$1) \quad -\bar{Q}_5 = Q_{12} + Q_{51}$$

$$\begin{aligned} Q_{12} &= K_1 (h_1 - h_2) \\ Q_{51} &= K_5 (h_1 - h_5) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (K_1 + K_5) h_1 - K_1 h_2 - K_5 h_5 = -\bar{Q}_5$$

$$2) \quad \bar{Q}_2 = Q_{12} + Q_{22} + Q_{62}$$

$$\begin{aligned} Q_{12} &= K_1 (h_2 - h_1) \\ Q_{23} &= K_2 (h_2 - h_3) \\ Q_{25} &= K_6 (h_2 - h_5) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -K_1 h_1 + (K_1 + K_2 + K_6) h_2 - K_2 h_3 - K_6 h_5 = \bar{Q}_2$$

$$3) \quad \bar{Q}_3 = Q_{23} + Q_{34} + Q_{36}$$

$$\begin{aligned} Q_{23} &= K_2 (h_3 - h_2) \\ Q_{34} &= K_3 (h_3 - h_4) \\ Q_{36} &= K_7 (h_3 - h_6) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -K_2 h_2 + (K_2 + K_3 + K_7) h_3 - K_3 h_4 - K_7 h_6 = \bar{Q}_3$$

$$4) \quad \bar{Q}_4 = Q_{13} + Q_{45}$$

$$\begin{aligned} Q_{43} &= K_3 (h_4 - h_3) \\ Q_{45} &= K_4 (h_4 - h_5) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -K_3 h_3 + (K_3 + K_4) h_4 - K_4 h_5 = \bar{Q}_4$$

$$5) \quad \bar{Q}_5 = Q_{51} + Q_{52} + Q_{56}$$

$$\begin{aligned} Q_{54} &= K_4 (h_5 - h_4) \\ Q_{51} &= K_5 (h_5 - h_1) \\ Q_{52} &= K_6 (h_5 - h_2) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -K_5 h_1 - K_6 h_2 - K_4 h_4 + (K_4 + K_5 + K_6) h_5 = \bar{Q}_5$$

$$6) \quad \bar{Q}_6 = Q_{36}$$

$$Q_{63} = K_7 (h_6 - h_3)$$

$$\Rightarrow -K_7 h_3 + K_7 h_6 = \bar{Q}_6$$

Costruiamo il sistema in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} k_1+k_5 & -k_1 & 0 & 0 & -k_5 & 0 \\ -k_1 & k_1+k_2+k_5 & -k_2 & 0 & -k_6 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2+k_3+k_7 & -k_3 & 0 & -k_7 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3+k_4 & -k_4 & 0 \\ -k_5 & -k_6 & 0 & -k_4 & k_4+k_5+k_6 & 0 \\ 0 & 0 & -k_7 & 0 & 0 & k_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{Q}_5 \\ \bar{Q}_2 \\ \bar{Q}_3 \\ \bar{Q}_4 \\ \bar{Q}_5 \\ \bar{Q}_6 \end{bmatrix}$$

Nel modo 1 è nota la quota presometrica, quindi deve essere $h_1 = \bar{h}_1$. Si modifica allora il sistema nel modo seguente:

- si sommano a ogni termine modo (escluso quello del modo 1) il contributo $k_{jk} \bar{h}_1$;
- si annullano tutti i termini della riga 1 e della colonna 1 escluso quello in posizione 1,1;
- in posizione 1,1 si pone $k_1 = 1$ e $\bar{Q}_5 = \bar{h}_1$.

Si ottiene:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1+k_2+k_5 & -k_2 & 0 & -k_6 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2+k_3+k_7 & -k_3 & 0 & -k_7 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3+k_4 & -k_4 & 0 \\ 0 & -k_6 & 0 & -k_4 & k_4+k_5+k_6 & 0 \\ 0 & 0 & -k_7 & 0 & 0 & k_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{h}_1 \\ \bar{Q}_2 + k_1 \bar{h}_1 \\ \bar{Q}_3 \\ \bar{Q}_4 \\ \bar{Q}_5 + k_5 \bar{h}_1 \\ \bar{Q}_6 \end{bmatrix}$$

k dipende da H . Per la riduzione si usa il metodo di Raphson. Consideriamo la variazione δH relativa alle presometriche h . Definita la funzione $\Gamma(h) = k h - \bar{Q} = 0$, dal suo sviluppo in serie arrestato al primo ordine (relativamente a $h + \delta h$), si ottiene la relazione δh da riportare alle quote. Alla m -esima iterazione essa è data da:

$$\frac{1}{2} \cdot k^{(m)} \cdot \delta H = -\bar{Q} - k^{(m)} H^{(m)}$$

Come al solito si itera fino a soddisfare la condizione:

$$\|\bar{Q} - k^{(m)} H^{(m)}\| < \varepsilon \cdot \|\bar{Q}\|$$